

МАТЕМАТИКА

1(4). В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Биссектрисы внешних углов при вершинах A и B пересекаются в точке L . Найдите угол при вершине C треугольника, если известно, что $\angle A_1AL = 72^\circ$, $\angle B_1BL = 75^\circ$.

2(4). Найдите все пары натуральных чисел $(x; y)$, удовлетворяющих равенству $xy = 38x + 38y$.

3(3). Фигура Φ на плоскости определяется системой

$$\begin{cases} x + |x| = 0, \\ y - |y| = 0, \\ 3x + a \geq y. \end{cases}$$

Найдите все значения параметра a , при которых площадь фигуры Φ равна 5046.

4(4). Сумма двух натуральных чисел равна 3597. При этом, если к одному из этих чисел справа приписать цифру 6, а у другого вычеркнуть последнюю цифру, то получатся два одинаковых натуральных числа. Найдите эти числа.

5(6). Антон, Борис и Василий решили переплыть с одного берега озера на противоположный, расстояние между которыми составляет 3 км. При этом Антон решил плыть вместе с Борисом на лодке, а Василий отправился вплавь самостоятельно со скоростью 10 метров в минуту. В некоторый момент времени Борис выпрыгнул из лодки и поплыл к месту назначения также со скоростью 10 метров в минуту. В тот же самый момент, когда Борис выпрыгнул из лодки, Антон развернулся, доплыл до встречи с Василием, после чего Василий залез обратно в лодку, и они отправились к пункту назначения. Оказалось, что все трое прибыли на противоположный берег реки одновременно, а скорость лодки в 12 раз больше скорости каждого из пловцов. Определите, сколько времени заняла переправа.

6(4). Мотоциклист проехал по замкнутому пути $ABCA$ такому, что ABC – прямоугольный треугольник с катетами AB и BC , причём $AB + 1 = BC$.

По участкам AB и BC мотоциклист ехал со скоростью 41 км/ч, а на промежутке CA пошёл дождь, и вследствие ухудшения погодных условий скорость была снижена до 29 км/ч. В результате оказалось, что на путь ABC вдоль катетов треугольника мотоциклист затратил столько же времени, сколько и на путь вдоль гипотенузы CA . Определите длину пути $ABCA$, пройденного мотоциклистом.

7(4). Уравнение $x^2 + ax + b = 0$ имеет два корня такие, что их разность равна 17, а разность их кубов равна 1547. Найдите коэффициенты a и b .

8(4). Медианы треугольника ABC , проведённые из вершин A и C , взаимно перпендикулярны. Найдите AC , если $AB^2 + BC^2 = 605$.